

Règles du jeu de flip-flap

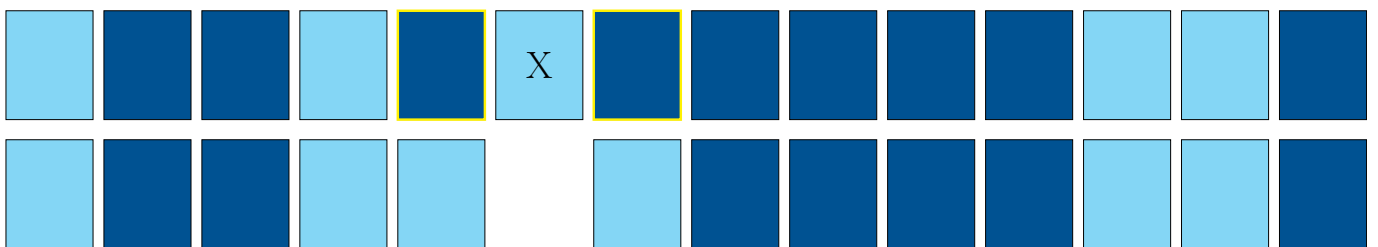
On dispose des cartes en ligne, certaines à l'endroit (en bleu clair), d'autres à l'envers (en bleu foncé). Le jeu se joue seul, comme un solitaire.



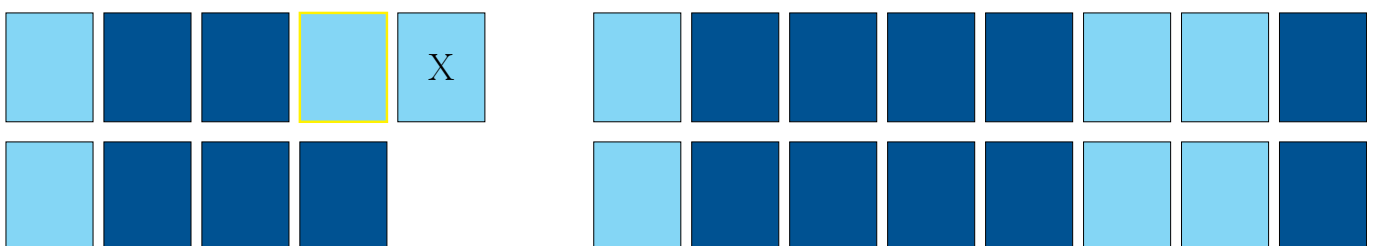
- On retire une carte de son choix, à condition qu'elle soit à l'endroit.
- Les cartes immédiatement voisines d'une carte retirée sont retournées.

On gagne si on a réussi à retirer toutes les cartes, on perd s'il en reste.

Par exemple, si dans la configuration ci-dessus on retire d'abord la 6^e carte, on obtient :



puis en retirant la 5^e :



Notre but est d'étudier ce jeu : une fois qu'on a placé des cartes, peut-on savoir si on peut gagner ou non la partie ? Quand c'est possible de gagner, comment jouer pour réussir à retirer toutes les cartes ?

Premiers essais

1. Placez 6 cartes devant vous, par exemple comme ci-dessous.



Arrivez-vous à gagner ? Comment ?

2. Donnez des exemples de configuration de cartes qui ne permettent pas de gagner.
3. Que se passe-t-il si, parmi les cartes, il y a une seule carte à l'endroit ?

Conjecture

Regardons ce qu'il se passe quand le nombre de cartes au début est assez petit, disons jusqu'à 4 cartes.

4. Remplissez un tableau pour vous souvenir de tous les cas que vous avez examinés.
5. Dans le tableau fourni, certaines configuration n'apparaissent pas, comme celle-ci : . Pourquoi n'est-ce pas utile ?
6. Pouvez-vous proposer une *conjecture* sur quelles configurations de cartes permettent de gagner, et lesquelles ne le permettent pas ?

Un nombre impair de cartes à l'endroit

Dans cette partie, on suppose que le nombre de cartes à l'endroit est impair.

7. On suppose qu'il y a une carte à l'endroit à une extrémité du jeu. On l'enlève et on retourne sa voisine. Que peut-on dire sur la parité du nombre de cartes à l'endroit restantes ?
8. On suppose cette fois qu'on enlève une carte (à l'endroit bien sûr) qui n'est pas à une extrémité du jeu et on retourne ses voisines. La ligne est alors coupée en deux morceaux.
S'il y avait un nombre g de cartes à l'endroit à gauche de notre carte avant de l'enlever, combien y en a-t-il après l'avoir enlevée ? Et pour le nombre d de cartes à droite de cette carte ?
9. Pouvez-vous donner une méthode pour gagner ?

Un nombre pair de cartes à l'endroit

Dans cette partie, on suppose que le nombre de cartes à l'endroit est pair.

10. On suppose qu'il y a une carte à l'endroit à une extrémité du jeu. On l'enlève et on retourne sa carte voisine. Que peut-on dire sur la parité du nombre de cartes à l'endroit restantes ?

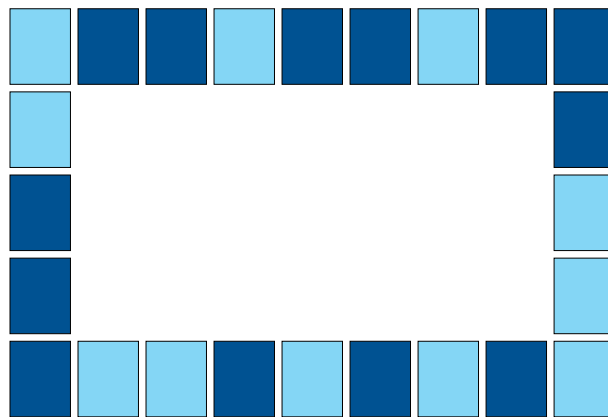
11. On suppose cette fois qu'on enlève une carte (à l'endroit bien sûr) qui n'est pas à une extrémité du jeu et on retourne ses cartes voisines. La ligne est alors coupée en deux morceaux.

S'il y avait un nombre g de cartes à l'endroit à gauche de notre carte avant de l'enlever, combien y en a-t-il après l'avoir enlevée ? Et pour le nombre d de cartes à droite de cette carte ?

12. Pouvez-vous expliquer pourquoi on ne peut jamais gagner dans ce cas ?

Généralisations

13. On ne place plus seulement les cartes sur une ligne, mais on les dispose comme suit, avec les mêmes règles du jeu. Peut-on gagner cette partie ?



14. On dispose cette fois-ci les cartes en un rectangle, en mettant plusieurs lignes les unes sous les autres. Comme dans le jeu de flip-flap sur une ligne, on ne peut retirer que des cartes à l'endroit, et quand on le fait on retourne ses voisines immédiates (gauche, droite, haut, bas ; mais pas en diagonale).

Arrivez-vous à gagner si les cartes sont disposées comme suit ?

