

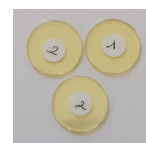
Partie A. Lancer de deux jetons



1. Lancer deux jetons de même couleur et additionner les résultats obtenus.

Quels sont tous les nombres-sommes que l'on peut obtenir et les probabilités de les réaliser ?

2. Peut-on choisir l'un des 5 solides réguliers (solides de Platon) afin d'obtenir, en un seul lancer de ce solide, les nombres 2, 3 ou 4 avec les mêmes probabilités de les obtenir qu'en lançant les deux jetons ?



Partie B. Lancer de trois jetons

3. Lancer trois jetons de même couleur et additionner les résultats obtenus. Tous les nombres-sommes que l'on peut obtenir ont-ils la même probabilité de réalisation ?

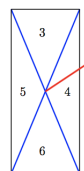
4. Quel nombre-somme choisir pour avoir le plus de chance de l'obtenir ?

5. Parmi les dés sur la table, y en a-t-il un qui permettrait d'obtenir, en un seul lancer les nombres 3, 4, 5 ou 6 avec les mêmes probabilités de les obtenir qu'en lançant les trois jetons ?

Partie C. Trois jetons en un seul rectangle

6. Pour obtenir une somme égale à 6, vaut-il mieux lancer :
- 1 dé à 6 faces (numérotées de 1 à 6),
 - 2 dés à 3 faces (numérotées de 1 à 3),
 - 3 jetons qui sont des dés à 2 faces (numérotées 1 et 2),
 - ou un jeton et un dé à 4 faces (numérotées de 1 à 4) ?
7. Pour obtenir une somme égale à 12, vaut-il mieux lancer 1 dé à 12 faces, 2 dés à 6 faces, 3 dés à 4 faces, 4 dés à 3 faces, ou 6 jetons ?
8. On veut modéliser le lancer de 3 jetons (dont les faces sont numérotées 1 et 2) en faisant tourner une flèche sur un rectangle ABCD partagé en 4 secteurs angulaires marqués d'un nombre, de sorte qu'on ait les mêmes probabilités de nombre sorti :

nombre obtenu	3	4	5	6
probabilité	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$



En notant G le centre de gravité du rectangle ABCD, quelles doivent être les mesures des angles $\widehat{AGB}$, $\widehat{BGC}$, $\widehat{CGD}$, $\widehat{DGA}$ des 4 secteurs ?

9. En déduire les valeurs des 8 angles $\widehat{GAB}, \widehat{GBA}, \widehat{GBC}, \dots$
10. Montrer que $\tan(\frac{3\pi}{8}) = \sqrt{2} + 1$. En déduire le rapport entre la longueur et la largeur du rectangle.
Comparer cette valeur théorique à la valeur réelle sur le rectangle à la flèche et le crayon rectangle.

Partie D. Un dé à 5 faces sur une sphère

11. On admet qu'un triangle sphérique ABC vérifie la formule

$$\frac{\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} - \pi}{4\pi} = \frac{\text{aire du triangle ABC}}{\text{aire de la sphère}},$$

où les angles sont exprimés en radians.

Vérifier cette formule dans le cas d'un triangle équilatéral de côté un quart de l'équateur.

On admet aussi que, pour un quadrilatère sur la sphère, la somme des angles, exprimés en radians, moins 2π vaut : $\frac{4\pi \text{ aire du quadrilatère}}{\text{aire de la sphère}}$.

12. Dessiner un tétraèdre régulier sur une sphère.

Quelle équation doit vérifier α qui est la mesure commune de tous les angles des faces triangulaires ?

Combien vaut α ?

13. Dessiner un cube sur une sphère.

Quelle équation doit vérifier la valeur β qui est la mesure commune de tous les angles des faces carrées ?

Combien vaut β ?

14. Dessiner un octaèdre régulier sur une sphère.

Quelle équation doit vérifier la valeur γ qui est la mesure commune de tous les angles des faces triangulaires ?

Combien vaut γ ?

15. On veut représenter un dé à 5 faces équilibré par un prisme ABCFED à base ABC équilatéral, tracé sur la sphère (voir le dé prisme à 5 faces sur la table).

Soient δ la mesure de l'angle à chaque sommet des deux triangles et ϵ celle de l'angle à chaque sommet des trois faces rectangles.

Trouver les équations satisfaites par δ, ϵ et leurs valeurs.

16. *Difficile*

Prouver que dans le prisme euclidien correspondant :

$$\frac{\text{côté du triangle}}{\text{hauteur du prisme}} \approx 1,87.$$