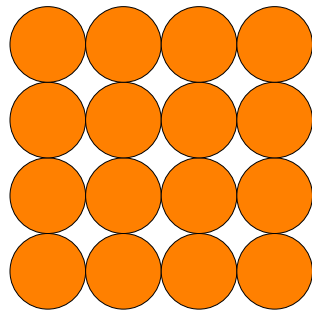


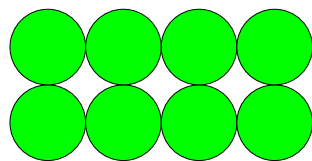
Les nombres figurés

Un nombre figuré est un nombre qui peut être représenté par autant de points disposés de façon plus ou moins régulière pour former une figure géométrique.

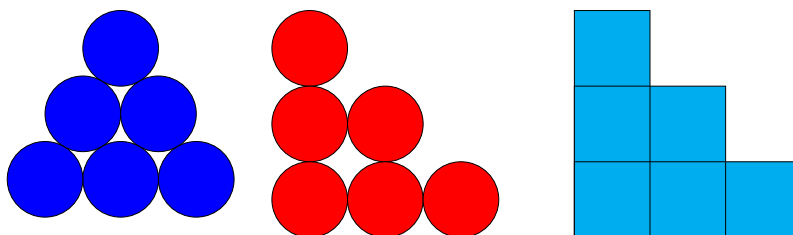
Par exemple, 16 est un nombre carré (et rectangulaire !)



8 est un nombre rectangulaire avec au moins deux lignes et deux colonnes de points



et 6 est un nombre triangulaire

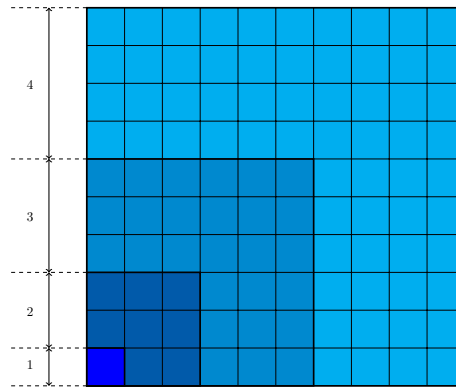


1. Parmi les nombres compris entre 2 et 9, quels sont ceux qui sont rectangles uniquement sur une ligne ?
Comment appelle-t-on ces nombres ?
2. Parmi les nombres compris entre 2 et 9, quels sont ceux qui sont carrés ?
3. Parmi les nombres compris entre 2 et 9, quels sont ceux qui sont triangulaires ?
4. Existe-t-il des entiers à la fois carrés et triangulaires ?

On peut ranger les nombres triangulaires par ordre croissant, le plus petit nombre triangulaire est donc 1. Les Pythagoriciens appelaient **tetraktys** le quatrième nombre triangulaire.

5. Combien vaut le tetraktys ?
6. Saurez-vous trouver le 35^{ième} nombre triangulaire ?
7. Saurez-vous trouver le $n^{\text{ième}}$ nombre triangulaire ?
8. Quel est le résultat de la somme de deux nombres triangulaires consécutifs ?
9. Et celui de la différence de deux nombres triangulaires consécutifs ?

10. En utilisant la figure ci-dessous,



pouvez-vous montrer l'égalité :

$$(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 ?$$

Les nombres triangulaires peuvent-ils aider ?

11. Pouvez-vous généraliser l'identité démontrée à la question précédente ?

Comptez combien de personnes vous êtes dans la pièce où vous vous trouvez.

12. Si chacun d'entre vous serre la main de tous les autres (une seule fois), combien y aura-t-il de poignées de mains ?
Les nombres triangulaires peuvent-ils vous aider à trouver le résultat ?