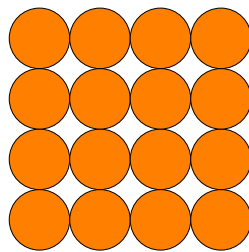
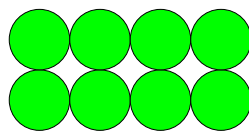


Un nombre figuré est un nombre qui peut être représenté par autant de points disposés de façon plus ou moins régulière pour former une figure géométrique.

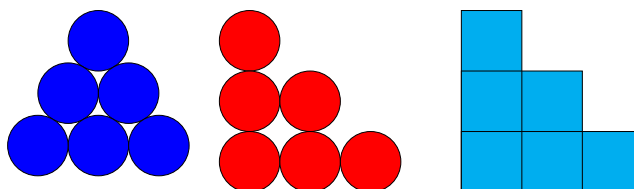
Par exemple, 16 est un nombre carré (et rectangulaire!)



8 est un nombre rectangulaire avec au moins deux lignes et deux colonnes de points



et 6 est un nombre triangulaire



1. Comment appelle-t-on les nombres qui ne sont rectangulaires qu'avec une seule ligne ou une seule colonne ?
2. Et ceux qui sont carrés ?

**3. Existe-t-il des entiers à la fois carrés et triangulaires ?
Pouvez-vous tous les trouver ?**

On peut ranger les nombres triangulaires par ordre croissant, le plus petit nombre triangulaire est donc 1. Les Pythagoriciens appelaient **tetraktys** le quatrième nombre triangulaire.

4. Combien vaut le tetraktys ?

5. Et le $n^{\text{ième}}$ nombre triangulaire ?

Donnez une preuve reposant sur les nombres triangulaires.

6. Existe-t-il des nombres triangulaires premiers ?

7. Pouvez-vous montrer l'égalité suivante en utilisant les nombres triangulaires

$$\left(\sum_{k=1}^n k \right)^2 = \sum_{k=1}^n k^3 ?$$

8. Un nombre triangulaire supérieur ou égal à 3 est-il la somme de quatre nombres triangulaires ?

9. En considérant que 0 est un nombre triangulaire, saurez-vous montrer que tout nombre entier est la somme de trois nombres triangulaires ?

Ce résultat, conjecturé par Fermat en 1638, a été démontré par Gauss le 10 juillet 1796.