



Coupez !

fiche d'explications

Niveau jaune (J) jusqu'à 10 ans environ, ou école primaire

Niveau orange (O) collège, lycée, grand public

Niveau bleu (B) expert·e ayant fait des mathématiques dans le supérieur

Sur ce stand, on va présenter différentes formes polygonales, plus ou moins simples, régulières ou non, et le but sera toujours de les découper dans une feuille de papier d'un seul coup de ciseaux (droit !) après avoir préalablement plié la feuille judicieusement.

C'est toujours possible, d'après le théorème « Fold and cut » d'Erik Demaine, Martin Demaine, Anna Lubiw [2].

Ce stand est très inspiré de l'activité *Les découpages magiques de Harry Houdini* présentée par J. Cresson et L. Hume dans le numéro spécial *Ateliers clefs en main* de la Gazette en juillet 2024 [1].

Afin de limiter un peu la consommation de papier, il est recommandé de vérifier les pliages des participant·es avant de leur fournir les ciseaux !

J1 Pour les plus jeunes, il ne va pas forcément être évident de couper le carré au milieu de la feuille sans couper le bord de la feuille. Cette étape vise à faire comprendre qu'on peut y parvenir en pliant sa feuille.

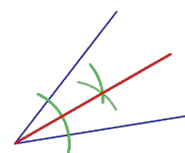
J2 Plier selon une diagonale permet de couper le carré en seulement 2 coups de ciseaux (le long de 2 côtés).

J3,O1,B1 On peut plier selon les deux diagonales du carré puis couper un côté.

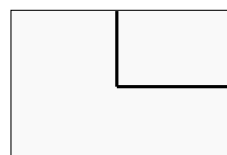
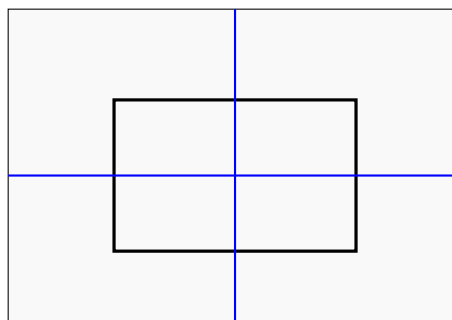
O2 On peut plier selon les médiatrices des côtés, et se ramener ainsi au cas précédent.

J4,O3 Il s'agit de plier selon la bissectrice de l'angle. La notion de bissectrice ne fait pas partie des programmes de l'école primaire, mais on peut l'introduire ici et parler de partage en deux angles égaux, ainsi que d'axe de symétrie.

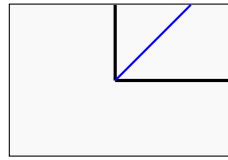
Pour des collégien·nes, demander également comment on trace une bissectrice. On le fait à la règle et au compas :



O4 On plie tout d'abord selon les deux axes de symétrie :



Puis on plie selon une bissectrice :

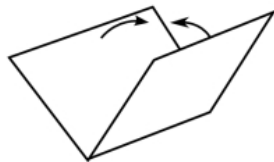


O5 Les étapes précédentes ont sûrement permis aux participant·es de comprendre que le but du pliage et de faire s'aligner tous les côtés à découper sur un seul segment. Si cela n'a pas été explicité jusque là, prendre le temps de le faire.

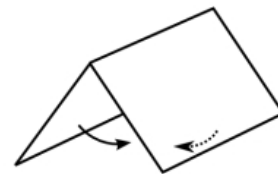
Pour essayer de découper un triangle quelconque, la première idée est sans doute de plier selon les bissectrices, mais cela ne fonctionne pas si le triangle n'est pas équilatéral.

On peut essayer de plier selon les bissectrices en s'arrêtant à leur point de concours (qui est le centre du cercle inscrit du triangle), mais on ne peut pas aplatir un tel pliage. Une idée est de plier ensuite selon la perpendiculaire à un côté passant par le centre du cercle inscrit, ce qui permet d'aplatir le pliage tout en laissant les côtés du triangle sur un même segment.

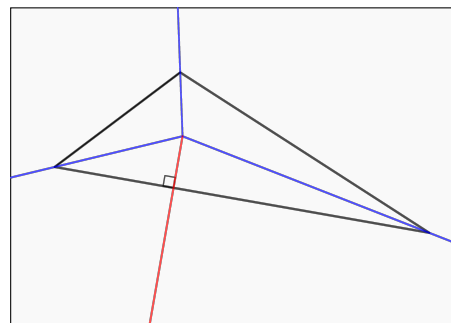
Si on a fait des plis montagne (pli vers le haut) pour les bissectrices, on fait un pli vallée (pli vers le bas) pour la perpendiculaire.



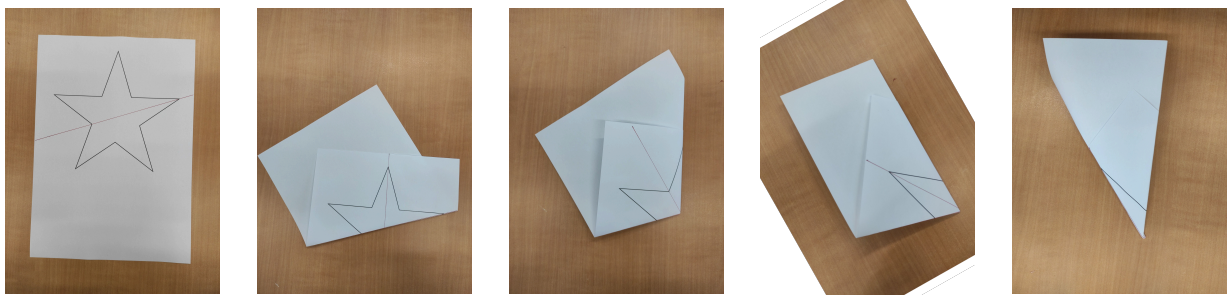
pli vallée



pli montagne



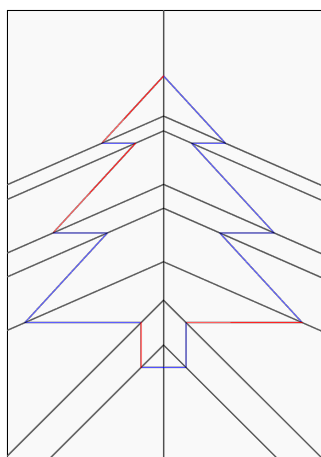
J6,O6 L'étoile est finalement plutôt simple à réaliser, grâce à ses nombreuses symétries. On plie successivement en deux le long des axes de symétrie :





J7,O7 On trace les symétriques des segments coupés par rapports aux traits de pliage, ou plutôt un morceau du symétrique : quand on rencontre un nouveau trait de pliage, on s'arrête et on trace le symétrique par rapport à ce nouveau trait de pliage.

C'est sans doute un peu plus clair sur un dessin : en rouge les traits de découpe donnés initialement, en bleu ceux que l'on coupe aussi en coupant les traits rouges.

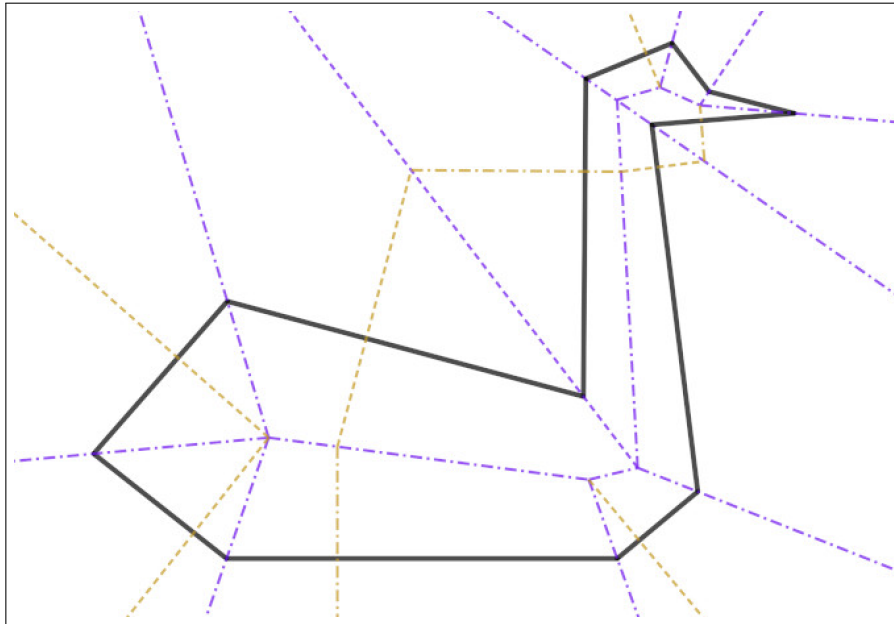


On obtient donc un sapin. En photos :



J8,O8,B9 L'idée générale est toujours la même, plier selon des bissectrices entre des côtés du polygone à découper et selon des perpendiculaires à des côtés de manière à rendre le pliage à plat possible. Cela n'est pas toujours simple à mettre en œuvre, le pliage peut être un véritable casse-tête !

B8 Sur l'image qui suit, les bissectrices de côtés sont en violet, les perpendiculaires ajoutées pour pouvoir plier à plat sont en orange. Les plis montgagne sont tracés - · - · - et les plis vallée - - - .



Pour aller plus loin

- Les méthodes résumées en images : <https://wild.maths.org/history-fold-and-cut-problem>
- Vidéo d'un cours sur le sujet par Erik Demaine <https://www.youtube.com/watch?v=K0GuKDSX1FA>

Références

- [1] J. Cresson and L. Hume. Les découpages magiques de Harry Houdini. In *Ateliers clefs en main*. La Gazette de la Société Mathématique de France, juillet 2024.
- [2] Erik Demaine, Martin Demaine, and Anna Lubiw. Folding and One Straight Cut Suffice. In *Proceedings of the Fifteenth Annual Symposium on Computational Geometry*. Association for Computing Machinery (ACM), New York, 1999. Held in Miami Beach, FL, June 13–16, 1999.