

Ruth Hinière et Moe Nautone veulent carreler le sol de leur maison. Ils aimeraient réaliser un carrelage plus original que simplement juxtaposer des dalles carrées.

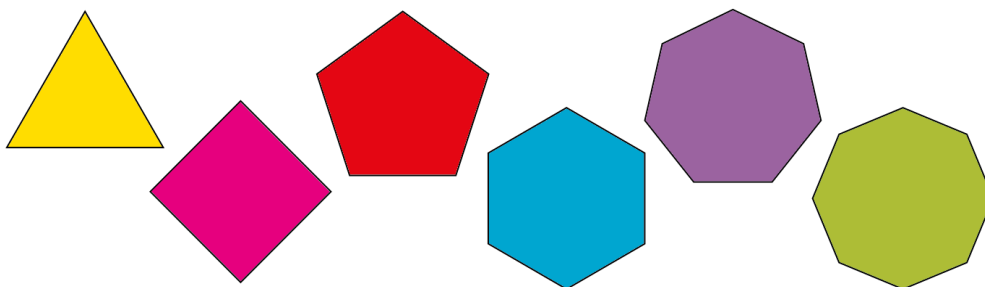


Quel ennui !

Les différentes formes qu'ils utilisent ne devront jamais se superposer et il ne laisseront pas de « trou », d'espace non carrelé. Pourrez-vous les aider à faire un pavage à leur goût ?

■ Premiers pavages ■

1. Voici quelques polygones réguliers.



Avec lesquels peut-on réaliser un pavage, en n'utilisant qu'une seule forme à la fois ? Avec lesquels est-ce impossible ? Pouvez-vous expliquer pourquoi ?

Peut-on faire plusieurs pavages différents avec certaines pièces ?

2. Comment peut-on réaliser un pavage à l'aide d'un triangle quelconque ?
3. Comment peut-on réaliser un pavage à l'aide d'un quadrilatère quelconque ?
4. Il est possible de faire un pavage en utilisant plusieurs polygones réguliers différents. Essayez de créer votre propre carrelage avec les tampons fournis.

■ Qui est périodique ? ■

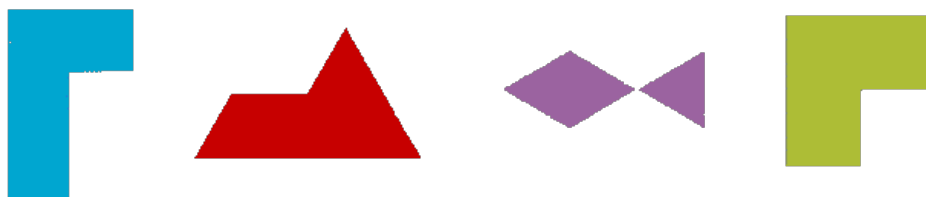
À bien y réfléchir, Ruth et Moe aimeraient que leur carrelage ne soit pas trop répétitif...

On se demande quels pavages sont périodiques, c'est-à-dire quels pavages peuvent être obtenus en décalant, encore et encore, une partie finie du pavage.

5. Parmi les exemples de pavages fournis, pouvez-vous dire lesquels sont périodiques et lesquels ne le sont pas ? Pouvez-vous donner d'autres transformations que des translations laissant invariants les pavages périodiques fournis ?
6. Pour construire un pavage périodique à partir d'un motif, dans combien de directions différentes au minimum devez-vous faire les translations pour remplir tout le plan ?

■ Le vertige des reptuiles ■

7. Choisissez l'un des polygones ci-dessous.



En en juxtaposant plusieurs exemplaires, pouvez-vous reproduire la forme en plus grand ?

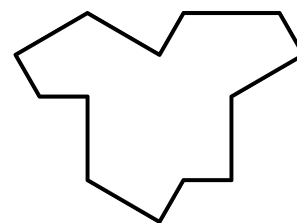
On appelle « reptuile » une tuile qui a cette propriété : en juxtaposant plusieurs de ces tuiles on peut fabriquer un objet de la même forme que la tuile, en plus grand.

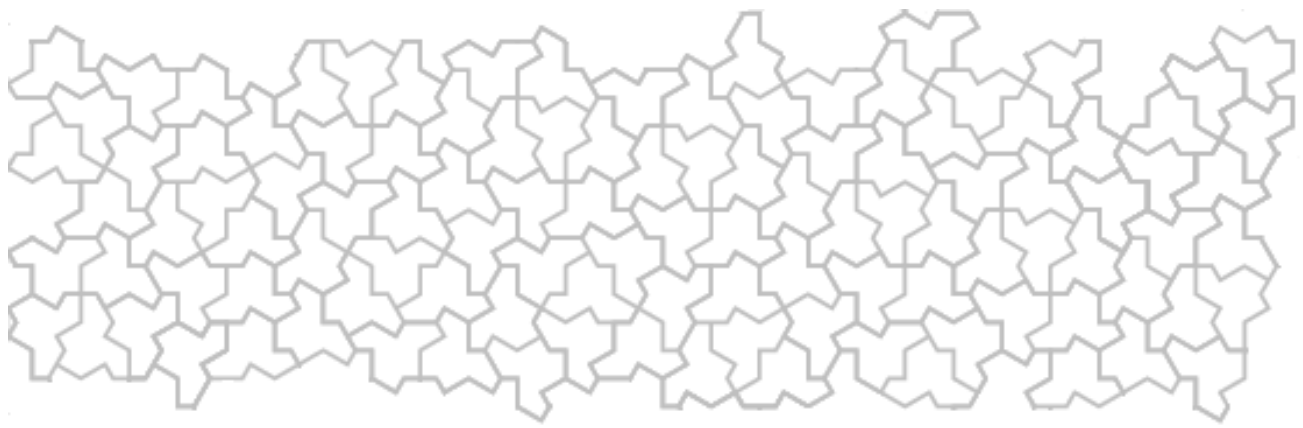
8. Expliquez pourquoi les reptuiles permettent de réaliser des pavages.

9. Le pavage obtenu peut-il être périodique ? En utilisant autrement cette même tuile, pouvez-vous construire un pavage périodique ?

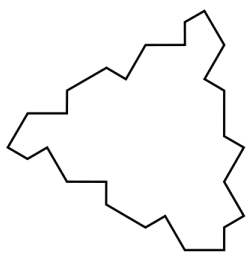
■ Le T-shirt ■

Cette tuile en forme de T-shirt est une découverte mathématique très récente, datant de mars 2023. Elle permet de réaliser des pavages du plan et les pavages obtenus ne peuvent jamais être périodiques. Jusqu'au mois de mars 2023, on ne savait même pas si une telle forme pouvait exister !





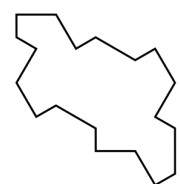
10. Avec ces tuiles T-shirts, faites les supertuiles suivantes.
Vous avez le droit de retourner des tuiles.



super H_1

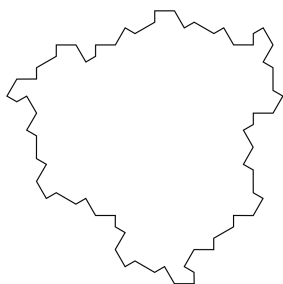


super T_1

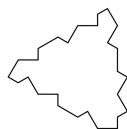


**super P_1 et
super F_1**

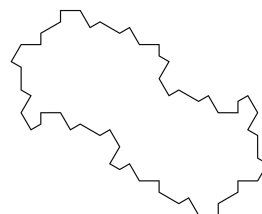
11. Avec les supertuiles, pouvez-vous faire les mégatuiles ?



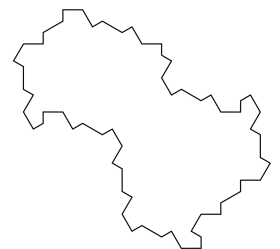
méga H_2



méga T_2

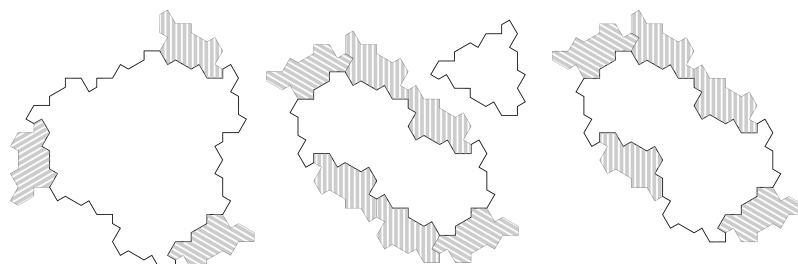


méga P_2

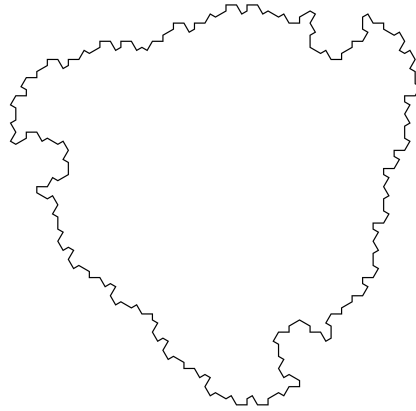


méga F_2

Malheureusement, ces mégatuiles ne permettent pas de réaliser de pavage du plan. On leur rajoute pour cela quelques supertuiles au bord, comme ci-dessous :



12. Pouvez-vous assembler ces méga tuiles bordées pour former la gigatuile H_3 , en autorisant des superpositions entre les bords ? Pourquoi ces superpositions ne posent-elles pas de problème ?



On peut de même former une gigatuile T_3 , une gigatuile P_3 et une gigatuile F_3 en utilisant les méga tuiles, leur ajouter des bords... et continuer ! À partir des assemblages H_n, T_n, F_n et P_n on construit les assemblages $H_{n+1}, T_{n+1}, F_{n+1}$ et P_{n+1} .

13. Collaborez au pavage commencé par les autres participants et participantes !