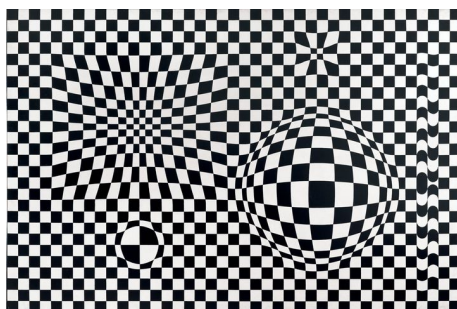
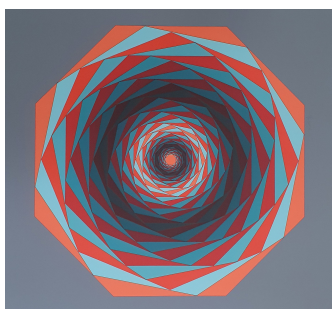
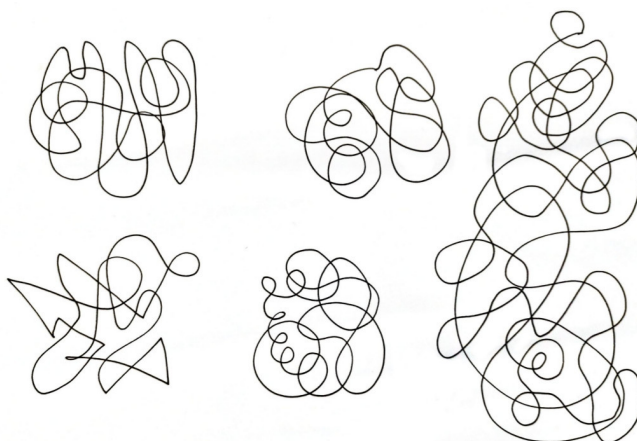


Hayet est allée au musée et a découvert des tableaux du peintre Victor Vasarely, qui l'ont intriguée.



Elle a remarqué qu'il a délimité des zones et les a peintes avec seulement deux couleurs différentes, de telle sorte que deux zones voisines n'aient pas la même couleur.

Quand elle s'ennuie, Hayet adore dessiner ce qu'elle a décidé d'appeler des *zigouigouis* : elle dessine une ligne, sans lever le crayon, et, à la fin, elle doit revenir à son point de départ. Elle a le droit de croiser sa ligne, mais pas de repasser sur toute une portion de la ligne. Voici quelques exemples de zigouigouis qu'elle trace dans ses carnets.

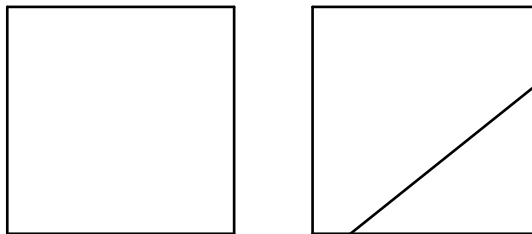


Elle se demande, en rentrant du musée, si elle pourrait toujours colorier ses zigouigouis avec seulement deux couleurs, comme Vasarely.

1. **Faites quelques essais sur les zigouigouis fournis, ou en dessinant les vôtres.**
2. **Donnez un exemple de dessin qu'on ne peut pas colorier avec seulement deux couleurs, sans que deux zones voisines n'aient la même couleur. Pouvez-vous en trouver un pour lequel trois couleurs ne suffisent pas non plus ?**

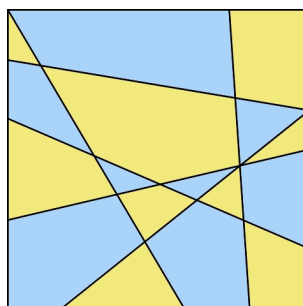
Comme Hayet n'arrive pas à comprendre pourquoi les coloriages de ses zigouigouis semblent toujours fonctionner, elle décide d'essayer quelque chose de plus simple. Elle prend une feuille de papier et trace dessus des droites, jusqu'aux bords de la feuille, sans jamais s'arrêter avant le bord.

3. **Voici les deux premières étapes d'un dessin d'Hayet.**



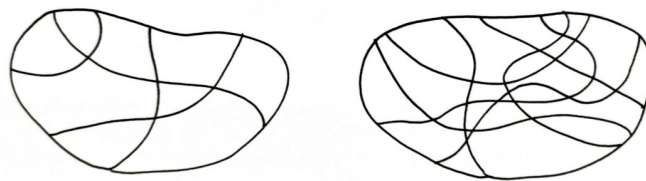
De combien de façons différentes pouvez-vous colorier chacun de ces dessins avec deux couleurs données ?

4. **Après plusieurs tracés de droites, elle essaie de colorier son dessin avec seulement deux couleurs et elle y parvient :**



Ajoutez une nouvelle droite sur le dessin d'Hayet, comme vous le souhaitez. Comment allez-vous réussir à colorier ce nouveau dessin ? Vous pouvez vous aider des dessins et ciseaux à votre disposition.

5. Déduisez-en qu'on peut effectivement colorier avec deux couleurs tous les dessins tracés ainsi avec des droites.
6. Hayet, qui n'aime pas trop les lignes droites et préfère les lignes courbes, vous demande : si on remplace les droites par des lignes courbes, le résultat est-il encore vrai ?
7. Hayet dessine maintenant une patate sur sa feuille, et des lignes courbes qui traversent sa patate, comme sur ces deux exemples :



Peut-on toujours les colorier avec deux couleurs ?

Revenons à nos zigougous. . . Imaginez qu'ils sont faits d'un fil étirable comme du chewing-gum.

8. Voyez-vous comment déformer les zigougous suivants pour obtenir une ou plusieurs patates traversées de lignes courbes ? Nous les appellerons des zigougous-patates.



9. Pourquoi leur intérieur est-il coloriable avec deux couleurs ?
10. On trace un zigouigoui-patate sur une feuille de papier. Pourquoi toute la feuille obtenue est-elle coloriable avec deux couleurs seulement (on doit aussi colorier la partie à l'extérieur du zigouigoui-patate) ?
11. Les zigouigouis suivants sont-ils des zigouigouis-patates ? Retrouvez dedans de plus petits zigouigouis-patates, que l'on sait colorier avec deux couleurs.



Si vous êtes curieuse ou curieux de savoir pourquoi tous les zigouigouis (même ceux qui ne sont pas des zigouigouis-patates) peuvent se colorier avec deux couleurs seulement, n'hésitez pas à aller voir la fiche bleue !

Un résultat mathématique célèbre affirme que tout dessin dans le plan peut être colorié avec quatre couleurs. C'est le bien nommé « théorème des quatre couleurs ». Sa démonstration est difficile, mais il admet des versions simplifiées comme par exemple le théorème des cinq couleurs. Les dessins de Vasarely et les zigouigouis d'Hayet sont des cas très particuliers pour lesquels on peut montrer un résultat plus fort : ils se colorient avec deux couleurs. Même si on doit restreindre la façon dont on trace les traits du dessin, on peut tout de même dessiner plein de formes amusantes ! À vous de jouer !