

Le grand Sultan du golfe écarlate fait face à un problème très sérieux : certaines banques de son royaume sont en dette et il n'a plus d'or à leur donner. Par contre, d'autres banques ont de l'or dans leur réserve et le grand Sultan pense à une redistribution pour régler les dettes.

Il y a des difficultés :

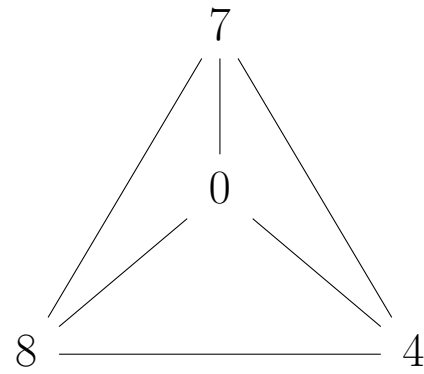
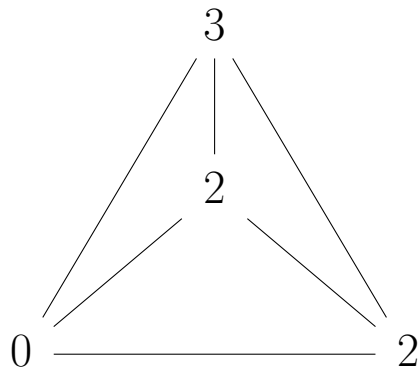
- l'or et les dettes se mesurent en caisses d'or, et l'or se transporte seulement en caisses complètement remplies ;
- les caravanes qui transportent l'or ne relient que certaines banques, et les banques peuvent donner de l'or seulement aux banques qui leur sont reliées par les caravanes.

Le grand Sultan du golfe écarlate, connu pour sa sagesse, veut que les banques soient traitées de la même manière. Il décide donc que :

- si une banque donne de l'or, elle doit en donner une caisse à chaque banque reliée.

Le grand Sultan du golfe écarlate sera-t-il capable de régler les dettes de ses banques ?

- 1. Imaginons qu'il y ait quatre banques, deux à deux reliées par les caravanes. Supposons que les situations des caisses d'or soient les suivantes :**



**Dans le premier cas le Sultan veut que toutes les banques aient au moins une caisse d'or ; dans la deuxième, au moins 4 caisses d'or. Pouvez-vous l'aider ?**

La situation des trois banques du désert empêche le grand Sultan de dormir.

Banque du  
désert brûlant

Banque de  
l'oasis centrale

Banque du  
dattier luxuriant

3 ————— 1 ————— 1

**2. Malgré l'aide de tous ses savants, le grand Sultan n'arrive pas à donner deux caisses d'or à chaque banque. Comprenez-vous pourquoi ?**

Le grand Sultan se souvient qu'il y a quelques saisons sèches, une banque n'avait plus d'or, une avait 4 coffres et la dernière en avait 5, mais il ne se souvient plus bien lesquelles. La situation était peut-être la suivante :

Banque du  
désert brûlant

Banque de  
l'oasis centrale

Banque du  
dattier luxuriant

0 ————— 4 ————— 5

**3. Le grand Sultan avait réussi à donner 3 caisses d'or à chaque banque. Comment avait-il fait ?**

**4. La mémoire est revenue au grand Sultan ! C'était en fait la banque de l'oasis centrale la plus riche :**

Banque du  
désert brûlant

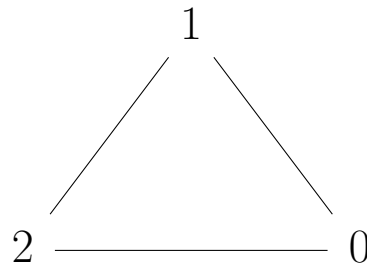
Banque de  
l'oasis centrale

Banque du  
dattier luxuriant

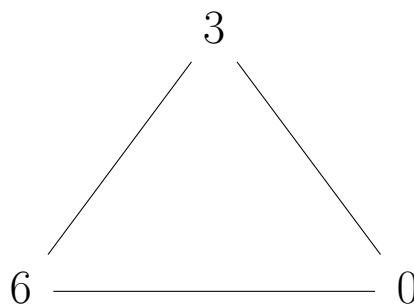
0 ————— 5 ————— 4

**Comment a-t-il pu donner 3 coffres à chacune ?**

Une nouvelle caravane relie directement la banque du dattier luxuriant et celui du désert brûlant.



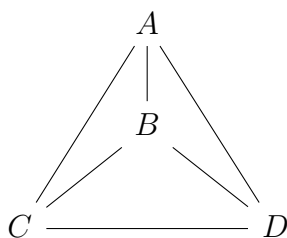
5. Le grand Sultan pourra-t-il donner une caisse d'or à chaque banque ?
6. Le grand Sultan a une intuition : utiliser des caisses d'or trois fois plus petites.



Le grand Sultan est sûr de pouvoir donner au moins trois (petites) caisses à chaque banque, mais ses savants le regardent perplexes. Pouvez-vous les aider à comprendre ?

Réponses :

1. On adopte les conventions suivantes :



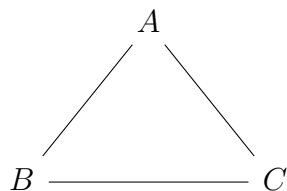
et  $AB^2C^3D^4$  signifie :  $A$  donne une fois,  $B$  donne 2 fois,  $C$  donne 3 fois,  $D$  donne 4 fois dans cet ordre. Le premier schéma en appliquant la règle à  $ABD$  ou  $ADB$ . Pour le deuxième :  $CCAD$ , ou  $CDCA$ , ou encore  $CADC$ .

2. La somme doit faire au moins 6.
3. On appelle les sommets de la manière suivante :

$$A \text{ — } B \text{ — } C$$

Une solution est  $C^5B^3$ .

4. Même stratégie :  $C^4B^3$ .
5. Non, il n'y a aucune opération possible (sans avoir des dettes).
6. On appelle les sommets de la manière suivante :



Solution :  $B^2A$ .