

Les maths en des tresses

En tressant des brins de laine, on peut faire des bracelets. Nous vous invitons à découvrir comment les mathématiciens, en jouant avec cette idée de brins enlacés, ont inventé le *groupe des tresses*...



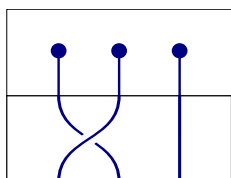
1. Nous allons jouer avec des cartes représentant des sortes de tresses. Sur chaque carte, on a dessiné trois brins, dont deux qui se croisent. Observez la tresse en cordelettes et représentez-la avec des cartes, en essayant d'utiliser le moins de cartes possible. Vous avez le droit de déplacer les brins si ça vous arrange (sans détacher les extrémités).

2. Pouvez-vous trouver une autre succession de cartes qui représente la même tresse ? Et avec le même nombre de cartes ?

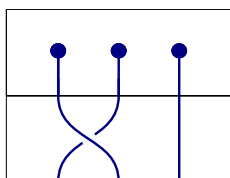
3. Comme lors de la question 1, on peut placer des cartes les unes sous les autres, cela s'appelle *multiplier* des tresses. Les mathématiciens parlent alors du *groupe des tresses*.

— Il y a une carte qui ne change rien quand on la multiplie avec une autre. L'avez-vous trouvée ? On l'appelle la *tresse dénouée*.

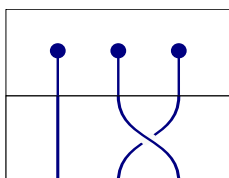
- Pour chaque carte, on peut trouver une autre carte telle que, si on les place l'une sous l'autre, le produit des deux est la tresse dénouée. Ces cartes sont dites *inverses* l'une de l'autre. Trouvez les inverses de chacune des cartes :



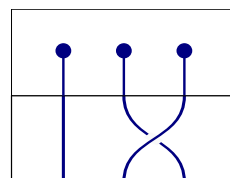
?



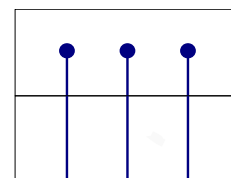
?



?

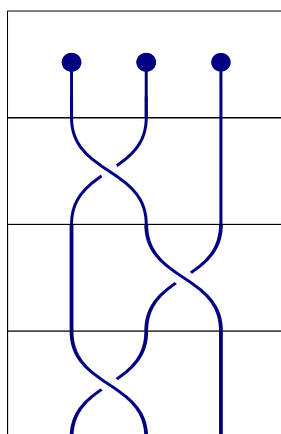


?



?

4. La tresse de la question 1 possède aussi une tresse inverse. Pouvez-vous la trouver ?



?

Pouvez-vous donner une recette pour construire l'inverse de n'importe quelle tresse ?

5. Un problème fondamental du groupe des tresses consiste à savoir reconnaître une tresse dénouée. *Les tresses suivantes sont-elles nouées ou dénouées ? Pouvez-vous donner un argument convaincant ?*

