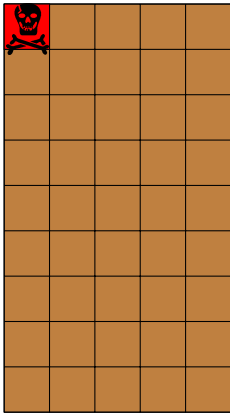




Chocolats mortels

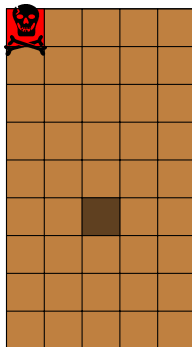


On vous propose de jouer à un jeu à deux joueurs : le jeu de la tablette de chocolat. En voici les règles.

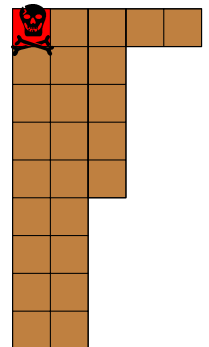
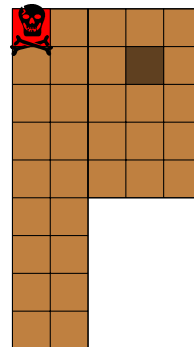
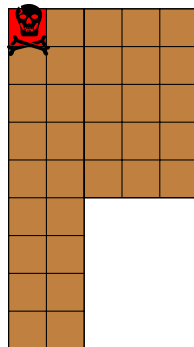
On dispose d'une tablette de chocolat, dont le carré en haut à gauche est empoisonné.

- Chacun leur tour, les joueurs désignent un carré de chocolat et mangent tous les carreaux dans le « quart bas-droite » délimité par ce carreau. Voici deux exemples.

coup n° 1 :



coup n° 2 :



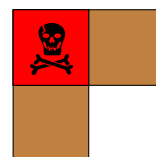
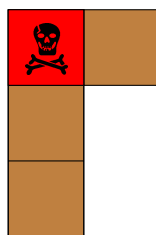
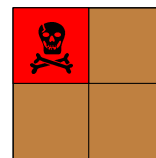
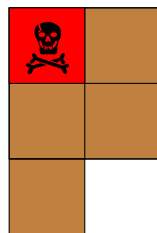
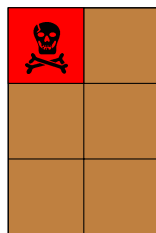
- Le joueur qui mange le carreau empoisonné meurt dans d'atroces souffrances (et a donc perdu).

Comme la recherche manque de moyens, nous avons remplacé les carreaux de chocolat par des petits carreaux de

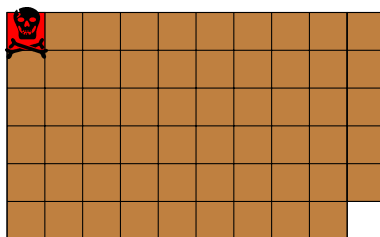
faïence (que vous pouvez enlever au fur et à mesure, sans les manger).

On appelle *position* une configuration de jeu, et on dit qu'elle est *gagnante* si le joueur dont c'est le tour possède une stratégie qui lui permet de gagner à coup sûr. On dit qu'une position est *perdante* si l'autre joueur possède une stratégie lui permettant de gagner à coup sûr.

Voici un tableau listant toutes les positions possibles sur une tablette 2×3 .

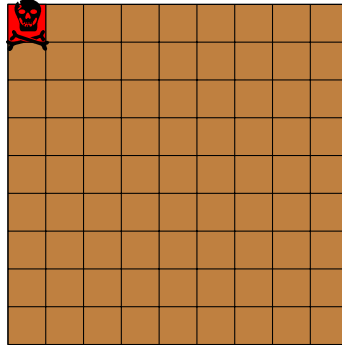


1. Déterminer quelles positions sont gagnantes et perdantes pour une tablette 2×3 en indiquant un coup gagnant si la position est gagnante. Un des deux joueurs a-t-il une stratégie gagnante ? Remarquez que toutes ces positions sont soit perdantes, soit gagnantes.
2. On veut analyser une position donnée, pour une tablette de départ $n \times m$ quelconque.
 - (a) Expliquer pourquoi si tous les coups possibles mènent à des positions gagnantes, la position est perdante.
 - (b) Expliquer pourquoi si (au moins) un des coups mène à une position perdante, la position est gagnante.
3. En utilisant l'*arbre du jeu* (voir l'exemple en annexe), en déduire par récurrence que toutes les positions sont gagnantes ou perdantes, quelle que soit la taille de la tablette de départ.
4. En déduire qu'au début du jeu, un des deux joueurs a nécessairement une stratégie gagnante.
5. On suppose par l'absurde que c'est le deuxième joueur qui a une stratégie gagnante. Le premier joueur décide de commencer par le carreau tout en bas à droite.



Montrer que le deuxième joueur joue alors forcément un coup perdant ! Que concluez-vous ?

6. On joue maintenant avec une tablette carrée (avec strictement plus d'un carreau!). Voyez-vous la stratégie gagnante pour le premier joueur ?



On ne sait pas donner des règles simples pour suivre des stratégies gagnantes en général même si on sait qu'elles existent et que pour une taille de tablette raisonnable, l'ordinateur peut les calculer. Essayez de jouer contre l'ordinateur avec notre programme ! Que se passe-t-il si à un moment du jeu vous jouez un coup non gagnant ?