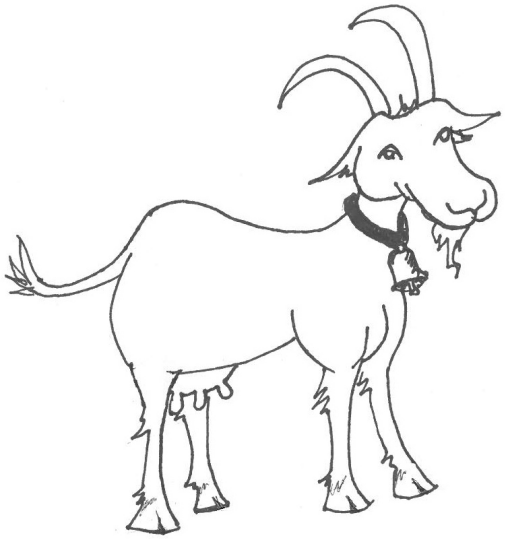
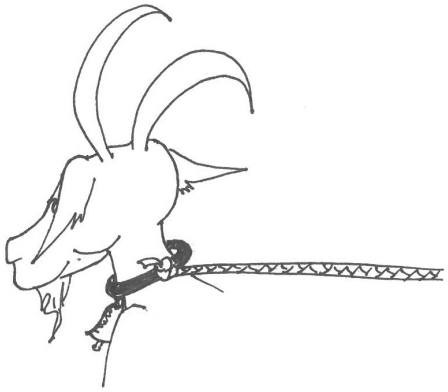
Le rallye des chèvres

Une chèvre appelée Chabichou est en liberté dans les jardins de Versailles. Elle mange toute végétation sur son passage.



Madame Lulu, ingénieur jardinier en chef, doit contrôler la surface accessible à Chabichou afin que ne soient pas abimées les œuvres florales de Monsieur Polo, artiste paysagiste.

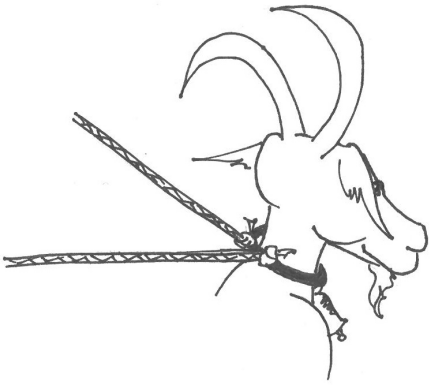


1. Madame Lulu dispose d'un piquet et d'une corde. Elle fixe le piquet au sol, attache l'un des bouts de la corde au piquet, et l'autre au cou de Chabichou.

Quelle surface la chèvre peut-elle brouter ?
Quelle est l'aire de cette surface si la corde est de longueur $r > 0$?

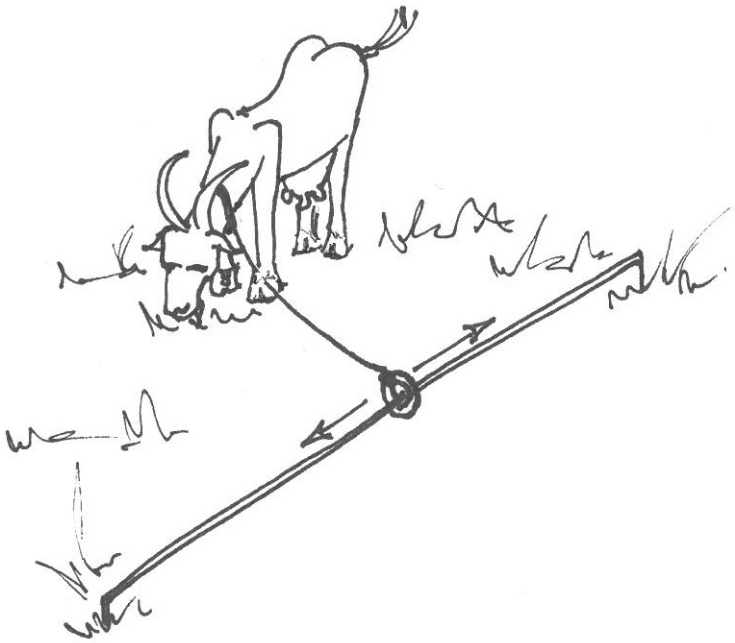
Madame Lulu a d'autres piquets et d'autres cordes.

2. Madame Lulu fixe maintenant deux piquets au sol.
À quelle condition peut-elle attacher Chabichou à ces deux piquets à l'aide de deux cordes ?



Dessiner la surface que peut alors brouter la chèvre.
Et pour trois piquets et trois cordes ?

Madame Lulu dispose aussi de grandes tiges métalliques dont chaque extrémité se fixe au sol. En faisant passer un anneau métallique dans la tige, l'un des bouts de la corde attaché à l'anneau peut coulisser le long de la tige comme sur la figure ci-dessous.



3. Quelle surface peut alors brouter Chabichou ?
Quelle est l'aire de cette surface si la corde est de longueur $r > 0$ et la tige de longueur $\ell > 0$?

Madame Lulu a une idée ! Chabichou va l'aider à tondre les pelouses des jardins. Mais attention, il faut garder les œuvres florales de Monsieur Polo hors de portée de l'appétit de la chèvre !

4. Comment faire pour que Chabichou puisse brouter exactement un rectangle de longueur L et de largeur ℓ ?

5. Comment faire pour que Chabichou puisse brouter exactement un triangle ?

6. Avec ce type d'attache, Madame Lulu peut-elle faire en sorte que Chabichou puisse brouter exactement n'importe quelle surface donnée ?

Question bonus. Si Chabichou se trouve un compagnon, comment Madame Lulu peut-elle les attacher tous les deux pour que la surface broutée par eux forme un cœur ?