



Rubik's cube

Question 0. Travailler sur le Rubik's $2 \times 2 \times 2$ revient à travailler sur les coins du Rubik's $3 \times 3 \times 3$.

Question 1. Pour le Rubik's $2 \times 2 \times 2$, un "mouvement simple" revient à tourner une des faces du cube, il y a donc 6 mouvements simples possibles ($2+2+2$). Pour le Rubik's $3 \times 3 \times 3$, on peut aussi tourner les 3 rangées qui sont "au milieu" du cube, il y a donc $3+3+3=9$ mouvements simples possibles.

Question 2. Les axes de rotation sont les axes x , y et z .

Question 3. La résolution de la face et de la couronne du Rubik's cube $2 \times 2 \times 2$ est proposée dans l'annexe, ainsi que celle du Rubik's $3 \times 3 \times 3$.

Question 4. On note A , B , C et D les quatre coins du bas du cube, dont les bonnes places sont

D	C
A	B

. On regarde tous les cas possibles.

- Si 2 coins sont à leur place, soit il s'agit de deux coins adjacents, disons A et B , et dans ce cas il suffit d'appliquer une fois le premier algorithme pour intervertir C et D :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline A & B \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline \end{array},$$

soit il s'agit de deux coins opposés, disons A et C , et il faut appliquer trois fois le premier algorithme pour les placer tous dans la bonne position (notez que C est déplacé puis remplacé) :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline B & C \\ \hline A & D \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline C & B \\ \hline A & D \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline A & B \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline \end{array}.$$

- Si 1 seul coin est à sa place, disons A , il y a deux configurations possibles pour les 3 autres coins, qu'on peut repositionner à leur place en appliquant deux fois le premier algorithme :

$$\begin{array}{|c|c|} \hline C & B \\ \hline A & D \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline A & B \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline \end{array},$$

ou

$$\begin{array}{|c|c|} \hline B & D \\ \hline A & C \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline D & B \\ \hline A & C \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline D & C \\ \hline A & B \\ \hline \end{array}.$$

- Si 3 coins sont à leur place, le 4ème aussi !
- Si aucun coin n'est à sa place, il suffit de tourner la face du bas du Rubik's cube jusqu'à ce qu'au moins un des coins soit à sa place, et on est ramené à un des cas précédents.

Question 5. On regarde à nouveau tous les cas possibles.

- Si exactement un coin est bien orienté, disons A , on applique l'algorithme 2 laissant A invariant, une ou deux fois. Les 3 autres coins seront orientés dans le bon sens

en même temps : ça n'est pas évident, mais c'est dû aux contraintes de la structure du Rubik's cube.

- Si exactement 2 coins sont bien orientés, disons A et B (adjacents ou non), on applique l'algorithme 2 en laissant C invariant, une ou deux fois, de sorte que A et B soient mal orientés et que D soit bien orienté, puis on est ramené au cas précédent puisque seul D est bien orienté.
- Il n'est pas possible qu'exactly 3 coins soient bien orientés, encore une fois à cause des contraintes liées à la structure du Rubik's cube.
- Si aucun coin n'est bien orienté, on applique l'algorithme 2 une ou deux fois en fixant le même coin, jusqu'à ce qu'au moins un coin soit bien orienté et que l'on se retrouve dans l'un des cas précédents.

Question 6. L'annexe décrit une méthode complète pour résoudre le Rubik's 3x3x3.