



Möbius

La bande de Möbius. (Niveau Jaune)

Evariste nous a fabriqué plein de surfaces, on les montre au public, et ils doivent identifier le Möbius. Attention, il y a des "bandes à deux twists", ce sont deux surfaces différentes, et ça amène à la question suivante.

Que se passe-t-il si un petit bonhomme parcourt la bande de Möbius ? Cet objet a-t-il un "intérieur" et un "extérieur" ? Il ressort "la tête en bas", pas d'intérieur/extérieur.

Combien a-t-il de bords ? Un seul.

Ces deux points le différencient du cylindre sans "twist", ou de la "bande à deux twists".

Découpez la première bande sur le trait rouge au du milieu. Qu'obtenez-vous ? On obtient "un seul morceau" (une seule composante connexe), remarquez que c'est une bande avec deux twists !

Découpez maintenant la deuxième sur le trait vert au tiers de la largeur de la bande. Que remarquez-vous ? Cette fois, on doit obtenir deux "morceaux" : un Möbius, et une bande à deux twists, entremêlés.

Recommencez mais en faisant tourner deux fois le bord de vos bandes avant de le recoller. Qu'observez-vous ? Cette fois, les deux procédures donnent le même résultat : on obtient deux plus petites bandes à deux twists.

Torus games. (Niveau orange)

À quoi vous fait penser cet objet ? Montrer un des tores imprimés par Evariste. Puis on les fait jouer avec les grilles prévues à cet effet. À chaque coup joué, il faut marquer le coup 9 fois (dans le carré correspondant). N'importe quel alignement de trois croix/cercles est gagnant, même s'il est à cheval sur plusieurs carrés.

Connaissez-vous ces objets ? On montre une bouteille de Klein, un plan projectif, imprimés. Essayer de faire la bouteille de Klein avec une chambre à air peut être instructif, et montrer la vidéo afin d'accompagner l'explication... (Je suggère d'arrêter la vidéo à 45", la suite serait source de confusion)

Voici les deux recollements, à essayer !

De la même façon, on peut jouer au morpion sur ces surfaces, grâce aux grilles imprimées jointes. Que pensez-vous du jeu sur le plan projectif ? On peut gagner en deux coups !

Surfaces. (Niveau bleu)

Les trois dessins sont dans l'ordre : une bande de Möbius, un disque, une sphère.

Pour voir que le deuxième est un disque, on constate d'abord que lorsque l'on effectue le recollement indiqué, on obtient un genre de cornet. Maintenant imaginez un disque posé à plat, avec un fil qui est attaché au milieu du disque, et le bord du disque fixe. En tirant doucement sur le fil, on va petit à petit transformer le disque en cornet !

Puis pour voir la sphère, une fois que l'on a recollé le bord du cornet, on peut imaginer qu'en gonflant bien l'objet obtenu (en soufflant dedans par exemple), on va obtenir une sphère (montrer la vidéo).

Voici le tableau rempli :

<i>Surface :</i>	Disque	Anneau	Sphère	Möbius	Tore	Klein	Proj
<i>Orientable</i>	oui	oui	oui	non	oui	non	non
Bord	oui	deux	non	oui	non	non	non
χ	1	0	2	0	0	0	1